$$= \lim_{x \to 0^+} \frac{x+1}{\sqrt{x^2+x}} = +\infty$$

* $\lim_{x \to 0^-} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x \to 0^-} \frac{\sqrt{x^2-x}}{x} = \lim_{x \to 0^-} \frac{(x-1)}{\sqrt{x^2+x}} = -\infty$

$$\lim_{x \to 0^-} \frac{x(x-1)}{x\sqrt{x^2+x}} = -\infty$$

f non dérivable en 0

Solution 4 :

1°/ $\lim_{x \to 0^+} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x^2} = \lim_{x \to 0^+} \frac{x^2}{x^2(\sqrt{x^2+1}+1)} = \lim_{x \to 0^+} \frac{1}{\sqrt{x^2+1}+1} = \frac{1}{2}$

$\lim_{x \to 0^-} f(x) = 2b = f(0)$

Pour que f soit continue en 0 , il faut que $2b = \frac{1}{2}$ d'où $b = \frac{1}{4}$

2°/

• $\lim_{x \to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x \to 0^-} \frac{x^2+ax+2b-2b}{x}$

$= \lim_{x \to 0^-} \frac{x(x+a)}{x} = \lim_{x \to 0^-} (x+a) = a$

D'où $f'_g(0) = a$

• $\lim_{x \to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x \to 0^+} \frac{\frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x^2} - \frac{1}{2}}{x}$

$= \lim_{x \to 0^+} \frac{2\sqrt{x^2+1}-(2+x^2)}{2x^3} = \lim_{x \to 0^+} \frac{4(x^2+1)-(2+x^2)^2}{2x^3(2\sqrt{x^2+1}+2+x^2)}$